Examen : ***Baccalauréat***

Session : ***2011***

Corrigé : *Maths*

Nbr pages : 4

Série :	A1	A2	A4	C	D	G	Stc	Sti
Coeff. :					4			
Durée :					4			

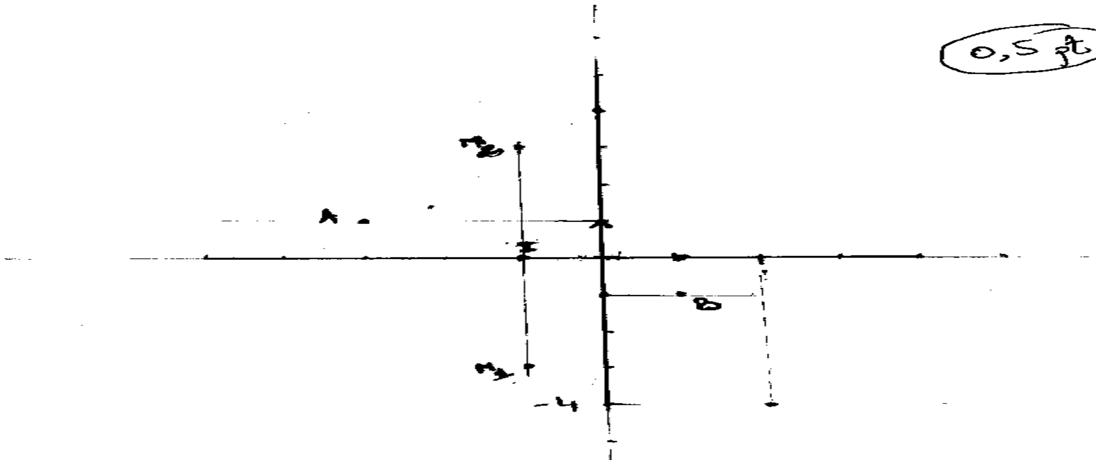
Série D

EXERCICE 1 (5 points)

1. Figure

$z_A = -3+i$ $\quad z_B = 1-i$ $\quad z_I = -1$

(0,5 pt)



2. Affixes des points A' et B'

$$z' = z^2 + 2z$$

$z_{A'} = z_A^2 + 2z_A$

$z_{A'} = (-3+i)^2 + 2(-3+i)$

$z_{A'} = 9 - 6i - 1 - 6 + 2i$

$\boxed{z_{A'} = 2 - 4i}$ (0,5 pt)

$z_{B'} = z_B^2 + 2z_B$

$z_{B'} = (1-i)^2 + 2(1-i)$

$z_{B'} = 1 - 2i - 1 + 2 - 2i$

$\boxed{z_{B'} = 2 - 4i}$ (0,5 pt)

Remarque : $\boxed{z_{A'} = z_{B'}}$ $(A' = B')$ (0,25 pt)

3. Les points qui ont pour images le point C $(z_C = -10)$

On resout l'équation :

$z^2 + 2z = z_C \iff z^2 + 2z = -10$

$\iff z^2 + 2z + 10 = 0$

$\Delta = (2)^2 - 4(1)(10)$ ou $(\Delta' = -9)$

$\Delta = 4 - 40 = -36$

$z_1 = \dfrac{-2-6i}{2}$ et $z_2 = \dfrac{-2+6i}{2}$

$z_1 = -1 - 3i$ et $z_2 = -1 + 3i$

Donc les antécédents de C sont les points

$\boxed{M_1(-1-3i) \text{ et } M_2(-1+3i)}$. (0,5pt)

4.a) Vérification de l'égalité : $z'+1 = (z+1)^2$

on a : $z'+1 = z^2 + 2z + 1$

$\boxed{z'+1 = (z+1)^2}$ (0,5pt) (identité remarquable)

b) Relation :

Entre $|z'+1|$ et $|z+1|$

on a : $\boxed{|z'+1| = |z+1|^2}$ (0,5pt)

Entre $\arg(z'+1)$ et $\arg(z+1)$

$\arg(z'+1) = \arg(z+1)^2$

$\boxed{\arg(z'+1) = 2\arg(z+1)}$ $[2\pi]$ (0,5pt)

c) <u>Lieux géométriques</u>

(C) est le cercle de centre I et de rayon R

$M(z) \in (C) \iff |z - z_I| = 2$

$\iff |z+1| = 2$

$\iff |z+1|^2 = 4$

$\iff |z'+1| = 4$

$\iff |z' - z_I| = 4$

$\iff IM' = 4$ (0,5pt)

Donc $\boxed{\text{M' décrit le cercle (C') de centre I et de rayon 4}}$

5.a) Calcul de IE et $Mes(\vec{u}, \vec{IE})$

on a : $IE = |z_E - z_I|$ et $Mes(\vec{u}, \vec{IE}) = \arg(z_E - z_I)$

$IE = |-1 - 2e^{i\frac{\pi}{3}} + 1|$ et $Mes(\vec{u}, \vec{IE}) = \arg(-2e^{i\frac{\pi}{3}})$

$IE = |-2e^{i\frac{\pi}{3}}|$ et $Mes(\vec{u}, \vec{IE}) = \pi + \frac{\pi}{3}$

(0,25pt) $\boxed{IE = 2}$. et $\boxed{Mes(\vec{u}, \vec{IE}) = \frac{4\pi}{3}}$ $[2\pi]$ (0,25pt)

b) Déduction de IE' et $Mes(\vec{u}, \vec{IE'})$

on sait que :

$|z'+1| = |z+1|^2$ et $\arg(z'+1) = 2\arg(z+1)$

$\iff IE' = IE^2$ et $Mes(\vec{u}, \vec{IE'}) = 2\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ $[2\pi]$

$\iff \boxed{IE' = 4}$ (0,25pt) et $\boxed{Mes(\vec{u}, \vec{IE'}) = \frac{2\pi}{3}}$ $[2\pi]$ (0,25pt)

EXERCICE 2 (4 points)

Sac N°1 4 jetons noirs numérotés 2, 3, 4 et 5

Sac N°2 3 jetons rouges numérotés 2, 3 et 5

on extrait un jeton de chaque sac.

1. Nombre d'éventualités

$\boxed{card\ \Omega = 4 \times 3 = 12}$ (1pt)

2. Ensemble des valeurs prise par X

Tableau à double entrée

Sac 1 JN / Sac 2 JR	2	3	4	5
2	4	5	6	7
3	5	6	7	8
5	7	8	9	10

La variable aléatoire $X = n + r$

• $\boxed{X(\Omega) = \{4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10\}}$ (1 pt)

3. Loi de probabilité de X

$P(X=4) = \frac{1}{12}$; $P(X=5) = \frac{2}{12}$; $P(X=6) = \frac{2}{12}$

$P(X=7) = \frac{3}{12}$; $P=(X=8) = \frac{2}{12}$; $P(X=9) = P(X=10) = \frac{1}{12}$

x_i	4	5	6	7	8	9	10
P_i	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

(1 pt)

4. Esperance mathematique et Variance de X

• Esperance mathematique

$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i P_i$

$E(X) = 4\times\frac{1}{12} + 5\times\frac{1}{6} + 6\times\frac{1}{6} + 7\times\frac{1}{4} + 8\times\frac{1}{6} + 9\times\frac{1}{12} + 10\times\frac{1}{12}$

$\boxed{E(X) = \frac{41}{6}}$ (1 pt)

Variance

$V(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 P_i - (E(X))^2$

$V(X) = (16\times\frac{1}{12} + 25\times\frac{1}{6} + 36\times\frac{1}{6} + 49\times\frac{1}{4} + 64\times\frac{1}{6} + 81\times\frac{1}{12} + 100\times\frac{1}{12})$
$- (\frac{41}{6})^2$

$\boxed{V(X) = \frac{101}{36}}$ (1 pt)

Partie A (7,5 pts)

A] $(E) : y'' + 2y' + y = x + 3$

$f(x) = e^{mx} - mx + 1 \qquad m \in \mathbb{R}$

1) Determination de m : pour tout $x \in \mathbb{R}$

$f'(x) = m e^{mx} - m \qquad f''(x) = m^2 e^{mx}$

$f''(x) + 2f'(x) + f(x) = x + 3$

$\Leftrightarrow m^2 e^{mx} + 2(m e^{mx} - m) + e^{mx} - mx + 1 = x + 3$

$\Leftrightarrow (m^2 + 2m + 1).e^{mx} - mx - 2m + 1 = x + 3$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m + 1 = 0 \\ -m = 1 \\ -2m + 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{m = -1}$ (1 pt)

2) $f(x) = e^{-x} + x + 1$

a) Verification de l'égalité : $\boxed{f(x) = e^{-x}(1 + xe^{x} + e^{x})}$ (0,5 pt)

et calcul de $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

(0,5 pt) $\boxed{\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty}$ car $\lim_{x\to-\infty} e^{-x} = +\infty$ et $\lim_{x\to-\infty} (1 + xe^{x} + e^{x}) = 1$

b) Calcul de $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$ on pose $t = -x$ $(x = -t)$

si $x \to -\infty$ alors $t \to +\infty$

$\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{e^{-x}}{x}(1 + xe^{x} + e^{x})$

$= \lim_{t\to+\infty} -\frac{e^{t}}{t}(1 - te^{-t} + e^{-t})$ car $\begin{cases} \lim_{t\to+\infty} -\frac{e^{t}}{t} = -\infty \\ \lim(1 - te^{-t} + e^{-t}) = 1 \end{cases}$

$\boxed{\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty}$ (0,5 pt)

Consequence graphique : [La courbe (C) en $-\infty$ admet une branche parabolique de direction celle de $(O, \vec{j})$] (0,5 pt)