Corrigé : *Maths*		Examen : ***Baccalauréat***							
		Session : ***2011***							
	Série :	A1	A2	A4	C	D	G	Stc	Sti
	Coeff. :			3					
Nbr pages : 4	Durée :			3					

Tous les sujets et corrigés des BAC Comoriens sur le site de l'AEM Mdjankagnoi
https://aem-20.webself.net/

Série A4

EXERCICE 1 (5points)

I- Transformation d'écriture (en fonction de ln2 et ln3)

a= ln(1/4)+ln6 = ln3-ln2 ; b=3ln9-ln12=5ln3-2ln2 ;

c=ln27+ln8-ln54=ln2 ; d=ln24+ln(3 $\sqrt{2}$)=2ln3+$\frac{7}{2}$ln 2 ;

II- (Un) est une suite géométrique de raison $q=e^{-2}$ et de premier terme $U_0=e^2$

1. Valeurs de U_1 et U_2

On a $U_1=U_0q \Rightarrow \boxed{U_1= e^2 \times e^{-2} =1}$ et $\boxed{U_2 = U_1 \times q= e^{-2}}$ (0,25 +0,25 = 0,5 pt)

2. Expression de Un en fonction de n

Pour tout $n \in \mathbb{N}$; $Un = U_0 q^n = e^2 \times e^{-2n}$ ou encore $Un=e^{2-2n}$ (0,5 pt)

3. Calcul de la limite de Un en $+\infty$

On a $q=e^{-2}$ et $|q|<1 \Rightarrow \boxed{\lim_{n \to +\infty} Un =0}$ (0,5 pt)

4. Soit (Vn) la suite définie par : Vn =lnUn

a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, Vn =lnUn $\Rightarrow$ $Vn=\ln(e^{2-2n})$

$\boxed{Vn=2-2n}$ (0,5 pt)

Il en résulte que (Vn) est une suite arithmétique de raison r=-2 et de premier terme $V_0=2$.

b) Sens de variation de (Vn).

On a r = -2<0 on en déduit que la suite (Vn) est strictement décroissante. (0,5 pt)

c) Calcul de la limite de Vn en $+\infty$

$\boxed{\lim_{n \to +\infty} Vn = -\infty}$ car r = -2 <0 (0,5 pt)

Exercice 2. (5 points)

Lecture de tableau de variation

Tableau de variation de f

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	(-2)	-	
f(x)	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\searrow$	-2

On considère la fonction g définie sur R par $g(x)=(f(x))^2$

1.a) limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$

$\boxed{\lim_{x \to -\infty} g(x) =1 \quad \text{et} \quad \lim_{x \to +\infty} g(x) = 4}$ (0,25+0,25 = 0,5 pt)

la courbe (Cg) admet deux asymptotes :

y=1 asymptote horizontale à (Cg) en $-\infty$ et y=4 asymptote horizontale à (Cg) en $+\infty$. (0,25+0,25)

2.a) Valeurs de f(-1), f'(-1), f(2) et f'(2).

On a : $\boxed{f(-1)=2 \text{ ; } f'(-1)=0 \text{ ; } f(2) =0 \text{ et } f'(2)= -2}$ (0,25×4 = 1 pt)

b) Calcul de $g'(x)$

on applique la formule $(U^n)' = n\, U'U^{n-1}$

$\forall\ x \in \mathbb{R}$, $\boxed{g'(x)=2\ f'(x)f(x)}$ (0,5 pt)

c) Déduction de $g'(-1)$ et $g'(2)$

$\boxed{g'(-1) = 0 \quad \text{et} \quad g'(2) = 0}$ (0,25 + 0,25 = 0,5 pt)

d) Equation de la tangente (T) à (Cg) au point d'abscisse 2.

$M(x,y) \in (T) \Leftrightarrow y = g'(2)(x-2) + g(2) \Leftrightarrow \boxed{y=0}$ (0,5 pt)

3. Signe de f(x).

$\boxed{\forall x \in \left]-\infty;2\right] \; f(x) \geq 0 \quad \text{et} \quad \forall x \in \left[2;+\infty\right[\; f(x) \leq 0.}$ (0,5 pt)

4. – signe de $g'(x)$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	-2	-	
f(x)		+		+		-	
$g'(x)$		+		-		+	

(0,75 pt)

- Tableau de variation

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+	
g(x)	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	4

(0,25 pt)

PROBLEME

A) pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = a x^2 + b x + c$

1.a) détermination de a, b et c ; $g'(x) = 2 a x + b$.

$$\begin{cases} g(4) = 3 \\ g'(3) = 2 \\ g'(0) = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16a + 4b + c = 3 \\ 6a + b = 2 \\ b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases}$$ (0, 75 pt)

b) On suppose que $g(x) = x^2 - 4x + 3$

Résolution de l'équation $g(x) = 0$. $g(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$

$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(3) = 4$; $x_1 = 1$ et $x_2 = 3$ $S = \{1 ; 3\}$ (1 pt)

2. Déduction des solutions des équations.

(E_1) : $(\ln(1/x))^2 + 4\ln(1/x) + 3 = 0 \Leftrightarrow (\ln x)^2 - 4\ln x + 3 = 0$

On pose $X = \ln x$; on a $X^2 - 4X + 3 = 0 \Leftrightarrow X = 1$ ou $X = 3$

Si $X = 1$ alors $\ln x = 1 \Rightarrow x = e$

Si $X = 3$ alors $\ln x = 3 \Rightarrow x = e^3$. donc $S = \{e ; e^3\}$ (0, 5 pt)

(E_2) : $\ln(x-2) + \ln(4-x) = \ln(2x - 5)$

Contraintes sur l'inconnue.

$$\begin{cases} x - 2 > 0 \\ 4 - x > 0 \\ 2x - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 4 \\ x > 5/2 \end{cases}$$

Soit $x \in \left]\frac{5}{2};4\right[$

$(E_2) \Leftrightarrow \ln[(x-2)(4-x)] = \ln(2x - 5)$